

高等学校 数学問題

1 次の各問いに答えよ。

(1) $\frac{2a-5b}{3} + \frac{5a-5b}{6} - 2a$ を計算せよ。

(2) $-2xy \div \frac{1}{6}x^2y^3 \times \left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3$ を計算せよ。

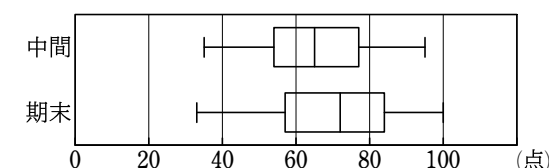
(3) $\frac{\sqrt{32}-7\sqrt{2}}{\sqrt{108}-\sqrt{12}} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2$ を計算せよ。

(4) $x^2+6xy-x+9y^2-3y-6$ を因数分解せよ。

(5) x の 2 次方程式 $x^2 - a^2x + 6a + 4 = 0$ の解の 1 つが $x=2$ であるとき、もう 1 つの解を求めよ。
ただし、 $a > 0$ とする。

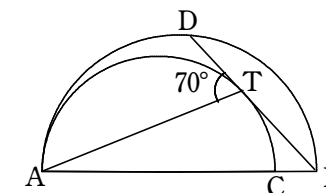
(6) 3 人でじゃんけんを 1 回するとき、あいこになる (勝負がつかない) 確率を求めよ。

(7) 右の図は、40 人のクラスの間中間調査と期末調査の数学の点数のデータの箱ひげ図である。このとき、次の中から必ず正しいといえるものをすべて選べ。

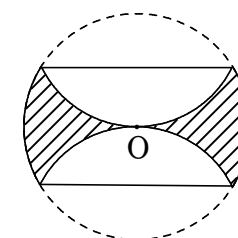


- ① 平均点は中間調査よりも期末調査の方が高い。
- ② 期末調査では 100 点をとった生徒がいる。
- ③ 中央値はどちらも 60 点より大きい。
- ④ 中間調査の方がデータのちらばりが小さい。
- ⑤ 期末調査で 80 点未満の生徒は少なくとも 30 人以上はいる。

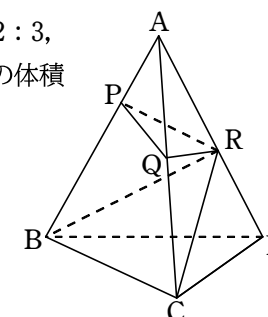
(8) 右の図は、AB, AC を直径とする半円である。点 D は $\widehat{AB}$ 上の点であり、BD は AC を直径とする半円に点 T で接している。 $\angle ATD = 70^\circ$ のとき、 $\angle ABT$ の大きさを求めよ。



(9) 右の図は、半径 3 cm の円を円周が中心 O と重なるように折り曲げてできた図形である。斜線部分の面積を求めよ。ただし、円周率は π とする。



(10) 右の図の三角錐 A-BCD について、 $AP:PB=1:2$, $AQ:QC=2:3$, $AR:RD=1:1$ である。三角錐 R-BCD の体積は、三角錐 A-PQR の体積の何倍であるかを求めよ。



2 次の各問いに答えよ。

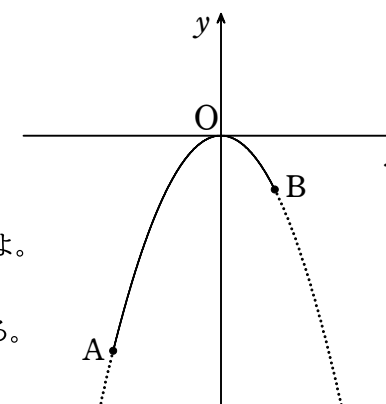
- (1) 容器 A には $x\%$ の食塩水が 300 g, 容器 B には $y\%$ の食塩水が 100 g 入っている。容器 A の食塩水 100 g を容器 B に移してよくかき混ぜた後, 容器 B から食塩水 100 g を容器 A に戻してよくかき混ぜる。この操作を 1 回行ったとき, 容器 A の食塩水の濃度は 8% , 容器 B の食塩水の濃度は 6% になった。このとき, x, y の値を求めよ。
- (2) 濃度 5% の食塩水 100 g を入れた容器から, x g の食塩水をくみ出し, x g の水を入れた。よくかき混ぜた後, さらに $2x$ g の食塩水をくみ出し, $3x$ g の水を入れたら, 濃度が 2% の食塩水になった。このとき, x の値を求めよ。

3 右の図は, x の変域が $-6 \leq x \leq 3$, y の変域が $-12 \leq y \leq 0$ の

関数 $y = ax^2$ のグラフである。ただし, a は定数とする。

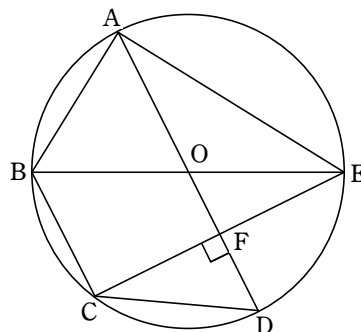
このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a の値および点 B の座標を求めよ。
- (2) 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。
- (3) $\triangle OAB$ を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。
ただし, 円周率は π とする。
- (4) x 軸上に, $\triangle ABC$ の周の長さが最小となるような点 C をとる。
点 C の座標を求めよ。



- 4 右の図は、点 O を中心とする半径 6 の円である。また、線分 AD 、 BE はともにこの円の直径である。この円の周上に $AD \perp CE$ となるように点 C をとり、 AD と CE の交点を F とする。 $BC = 4$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) AE 、 AB の長さを求めよ。
- (2) CD の長さを求めよ。
- (3) 四角形 $ABCD$ と $\triangle AFE$ の面積の比を求めよ。



- 5 右の図のように半径 3 cm 、 $r\text{ cm}$ の球が半径 5 cm の球に接しており、3つの球はそれぞれ頂点が O の円錐の側面にも接している。また、半径 5 cm 、 $r\text{ cm}$ の球は円錐の底面とも接している。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 円錐の高さを求めよ。
- (2) 円錐の底面の半径を求めよ。
- (3) r の値を求めよ。ただし、半径 3 cm 、 5 cm 、 $r\text{ cm}$ の球の中心をそれぞれ点 P 、 Q 、 R とし、頂点 O から底面に下ろした垂線と底面との交点を H として、求める過程も書くこと。

